

# Transmissions par engrenages V

## Trains ordinaires d'engrenages, Trains épicycloïdaux

Dr. S. Soubielle



## Dans ce cours, nous allons...

### ... Définir le principe d'un train d'engrenages

- ... Fonction du train d'engrenage
- ... Architecture du train d'engrenage ordinaire
- ... Rapport de transmission et rendement

### ... Définir le principe d'un train épicycloïdal

- ... Architecture et variantes possibles
- ... Entrée(s), sortie(s), et calcul du rapport de transmission
- ... Conditions sur les nombres de dents
- ... Avantages / inconvénients vs. train ordinaire
- ... Cas particulier du différentiel

# Train ordinaire d'engrenages (1/3)

## • Engrenage pour convertir le couple et la vitesse

- « Réducteur »  $\rightarrow \omega_S < \omega_E$  et  $C_S > C_E$  (cas le plus fréquent)

Ex. : la plupart des appareils à énergie électrique ou thermique

- « Multiplicateur » (de vitesse)  $\rightarrow \omega_S > \omega_E$  et  $C_S < C_E$

Ex. : certains appareils à actionnement manuel

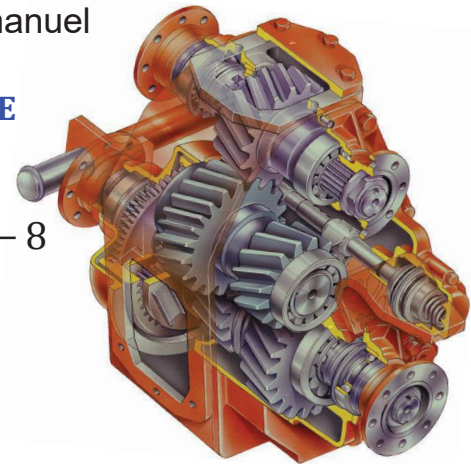
## • Si 1 seul engrenage $\rightarrow Z_S = |i| \cdot Z_E$

$\rightarrow$  Encombrement  $\propto |i|$

$\rightarrow$  Dans la pratique, on a souvent  $|i| < 5 - 8$

## • Train ordinaire d'engrenages

- Plusieurs engrenages consécutifs
- Axes de rotation fixes



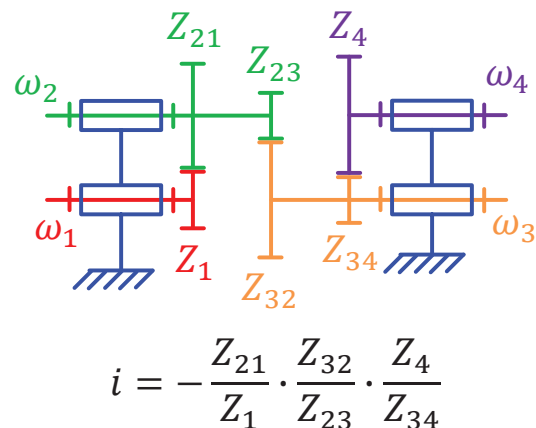
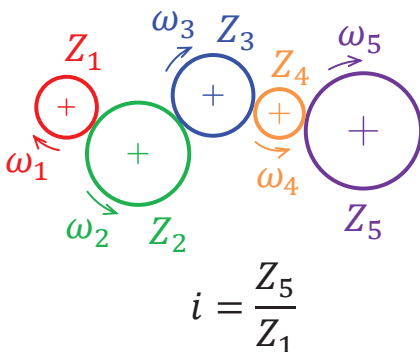
# Train ordinaire d'engrenages (2/3)

## • Rapport de transmission global

nb de contacts extérieurs

$$i = \frac{\omega_E}{\omega_S} = \frac{\omega_0}{\omega_n} = \frac{\omega_0}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \dots \cdot \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = \prod_j i_j = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{\text{menée}}}{\prod Z_{\text{menante}}}$$

$\rightarrow$  Exemples

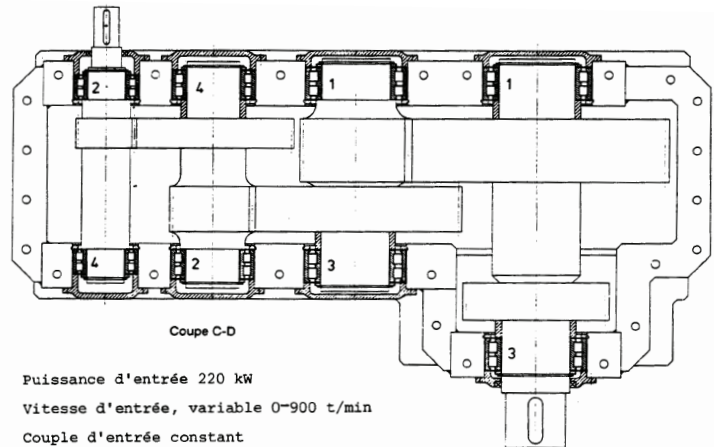
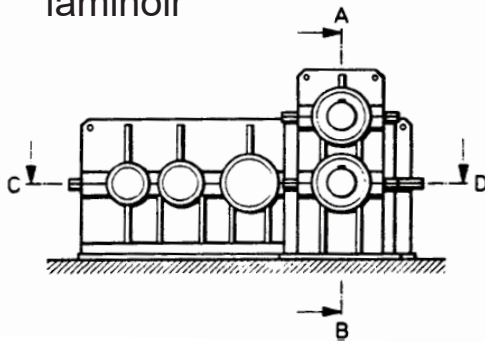


## • Rendement global $\rightarrow \eta = \frac{\dot{W}_S}{\dot{W}_E} = \frac{\dot{W}_n}{\dot{W}_0} = \frac{\dot{W}_1}{\dot{W}_0} \cdot \frac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1} \cdot \dots \cdot \frac{\dot{W}_n}{\dot{W}_{n-1}} = \prod_j \eta_j$

# Train ordinaire d'engrenages (3/3)

## • Exemple

Réducteur ordinaire à trois étages et à deux arbres de sortie tournants en sens inverse pour l'entraînement de cylindres de laminage



- Premiers étages à denture hélicoïdale (pour limiter les vibrations)
- Dernier étage à denture droite (pour éviter des forces axiales)

# Train épicycloïdal – architecture (1/3)

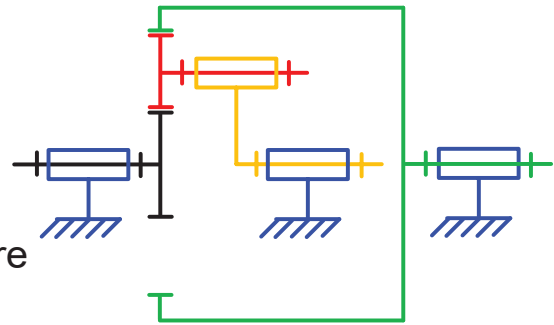
## • Éléments constitutifs

- **Deux roues dentées à axe fixe, appelées « planétaires »**
  - À denture intérieure ou extérieure
  - Ayant leurs axes coaxiaux
- **Une (ou +) roue dentée à axe mobile, appelée « satellite »**
  - Engrène avec les planétaires
  - Trajectoire circulaire de l'axe du satellite autour de l'axe fixe
- **Un « porte-satellite »**
  - Tourne autour du même axe fixe que les planétaires
  - Guide le mouvement circulaire des axes de satellites vs. planétaires

## Train épicycloïdal – architecture (2/3)

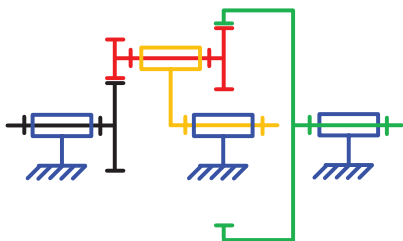
- **La plus courante – « Type I »**

- Un pignon planétaire
- Une couronne à denture intérieure
- Un (ou +) satellite à simple denture
- Le porte-satellite

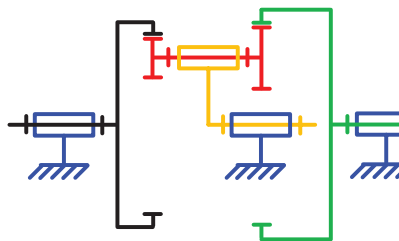


- **Variantes avec satellite à double denture**

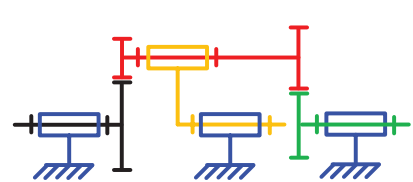
Type II



Type III



Type IV

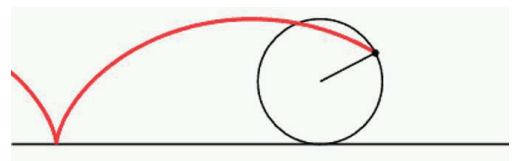


## Train épicycloïdal – architecture (3/3)

- **Trajectoires cycloïdales**

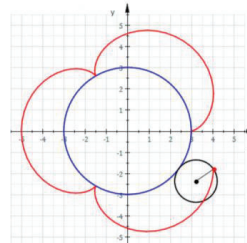
- **Définition de la cycloïde**

Trajectoire d'un point appartenant à un cercle qui roule sans glisser sur une droite



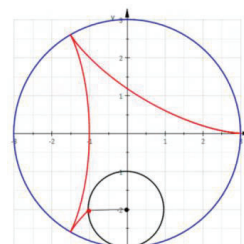
- **Épicycloïde**

Trajectoire d'un point appartenant à un cercle qui roule sans glisser à l'extérieur d'un autre cercle



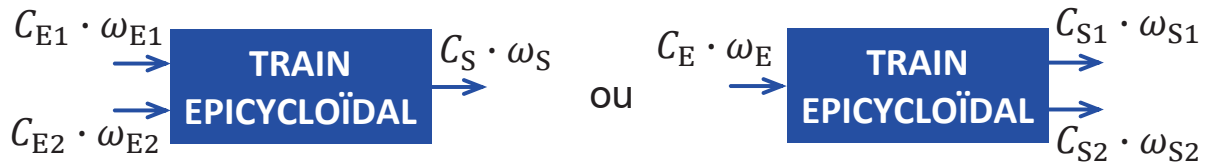
- **Hypocycloïde**

Trajectoire d'un point appartenant à un cercle qui roule sans glisser à l'intérieur d'un autre cercle



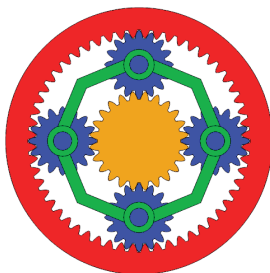
# Train épicycloïdal – entrée(s) et sortie(s)

## • Système mécanique à deux degrés de liberté (DDL)

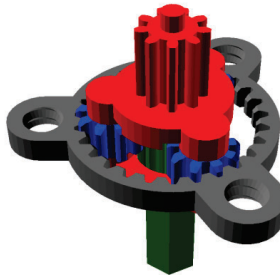


→ Peut fonctionner comme collecteur ou distributeur de puissance

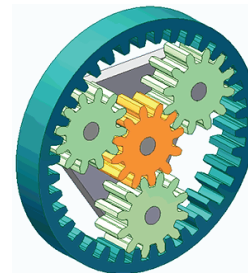
## • Modes de fonctionnement les plus courants



$$\omega_{\text{Pignon}} = 0 \\ \rightarrow i > 0$$



$$\omega_{\text{Couronne}} = 0 \\ \rightarrow i > 0$$



$$\omega_{\text{PS}} = 0 \\ \rightarrow i < 0$$

# Calcul du rapport de transmission (1/3)

## 1. Calcul de la raison $i_0$

### – Principe

- On se place dans le référentiel du porte-satellite
- On suppose arbitrairement que (E) et (S) sont les roues planétaires

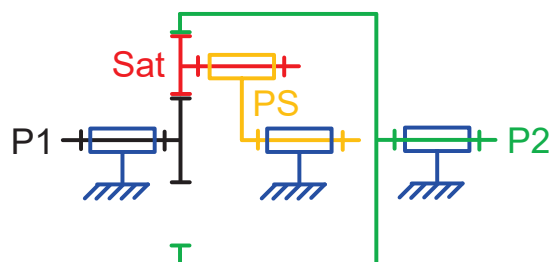
### – Définition de $i_0$

$$i_0 = \frac{\omega_{P1/PS}}{\omega_{P2/PS}} = \frac{\omega_{P1/PS}}{\omega_{Sat/PS}} \cdot \frac{\omega_{Sat/PS}}{\omega_{P2/PS}}$$

- On va pouvoir se rapporter à un calcul de train ordinaire

### – Exemple pour Type I :

$$i_0 = \left( -\frac{Z_{\text{Sat}}}{Z_{P1}} \right) \times \frac{Z_{P2}}{Z_{\text{Sat}}} = -\frac{Z_{P2}}{Z_{P1}}$$



# Calcul du rapport de transmission (2/3)

## 2. Changement de référentiel

### – Principe

- On utilise le principe de composition des vitesses :  $\omega_{A/B} = \omega_{A/C} + \omega_{C/B}$
- ... Pour exprimer les vitesses dans le référentiel du bâti (0)
- ... En sachant que  $\omega_{A/B} = -\omega_{B/A}$

### – Mise en application sur $i_0$

- $\omega_{P1/PS} = \omega_{P1/0} + \omega_{0/PS} = \omega_{P1/0} - \omega_{PS/0} = \omega_{P1} - \omega_{PS}$
- $\omega_{P2/PS} = \omega_{P2/0} + \omega_{0/PS} = \omega_{P2/0} - \omega_{PS/0} = \omega_{P2} - \omega_{PS}$

$$\Rightarrow i_0 = \frac{\omega_{P1} - \omega_{PS}}{\omega_{P2} - \omega_{PS}}$$

## 3. Calcul du rapport de transmission réel $i$

On considère l'entrée (E) et la sortie (S) réels  $\rightarrow i = \omega_E / \omega_S = f(i_0)$

# Calcul du rapport de transmission (3/3)

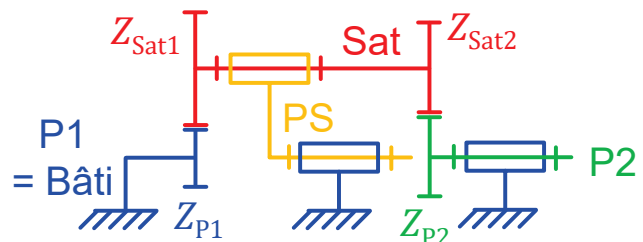


## Exercice d'application

Soit le train épicycloïdal de type IV ci-contre tel que (PS) = entrée et (P2) = sortie.

Exprimer  $i$  en fonction de  $Z_{P1}$ ,

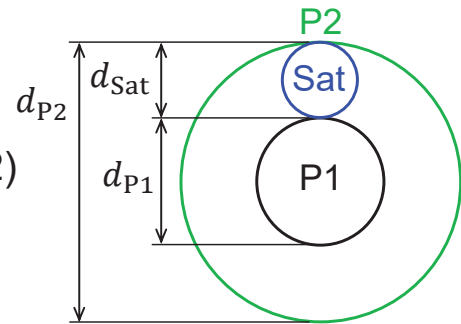
$Z_{P2}$ ,  $Z_{Sat1}$  et  $Z_{Sat2}$ . A.N.:  $Z_{P1} = 15$ ,  $Z_{P2} = 16$ ,  $Z_{Sat1} = 45$ ,  $Z_{Sat2} = 44$ .



# Conditions de montage en Type I (1/3)

## 1. Coaxialité entre les planétaires

- On a :  $d_{P2}/2 = d_{P1}/2 + d_{Sat}$
- Le satellite engrène sur (P1) et sur (P2)
  - $(m_t)_{Sat} = (m_t)_{P1} = (m_t)_{P2}$
  - $Z_{P2} = Z_{P1} + 2 \cdot Z_{Sat}$

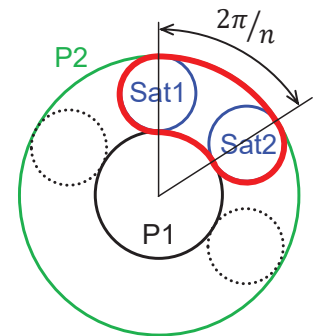


## 2. Engrenement des $n$ satellites

Engrenement simultané de tous les satellites sur (P1) et sur (P2)

→ « Règle du haricot » (sur 2 satellites adjacents)

$$\frac{Z_{P1} + Z_{P2}}{n} \in \mathbb{N}$$



# Conditions de montage en Type I (2/3)

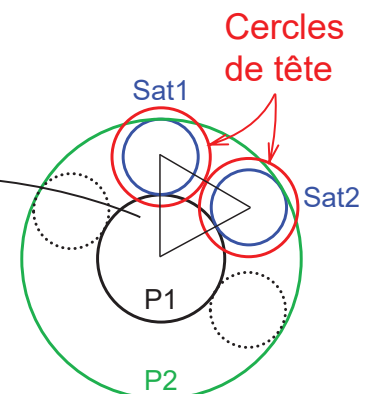
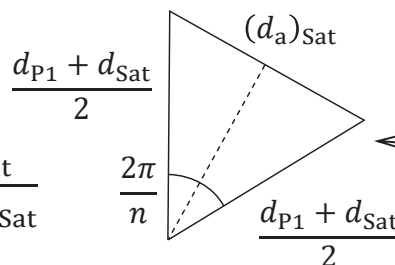
## 3. Non-interférence entre satellites adjacents ( $n$ sat.)

- On considère les cercles de tête →  $(d_a)_{Sat} = d_{Sat} + 2 \cdot m_n$
- Cas limite si cercles de tête tangents

$$d_{P1} = m_t \cdot Z_{P1}$$

$$d_{Sat} = m_t \cdot Z_{Sat}$$

$$\rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) > \frac{(d_a)_{Sat}}{d_{P1} + d_{Sat}}$$



- Si dentures droites

$$m_t = m_n = m \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) > \frac{Z_{Sat} + 2}{Z_{P1} + Z_{Sat}}$$

$$\rightarrow n_{\max} = \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{Z_{Sat} + 2}{Z_{P1} + Z_{Sat}}\right)}$$

# Conditions de montage en Type I (3/3)

---



## Exercice d'application

On considère un train épicycloïdal de type I à denture droite tel que  $Z_{P1} = Z_{Sat} = 13$ . Combien de satellites peut-on insérer dans ce train de manière à ce que leur répartition angulaire soit uniforme ?

# Bilan du train épicycloïdal

---

## • Avantages

- Possibilité de distribuer ou de collecter la puissance
- Colinéarité des axes d'entrée et de sortie
- **Si plusieurs satellites...**
  - Compacité vs. couple transmissible
  - Annulation des efforts radiaux sur les arbres de transmission

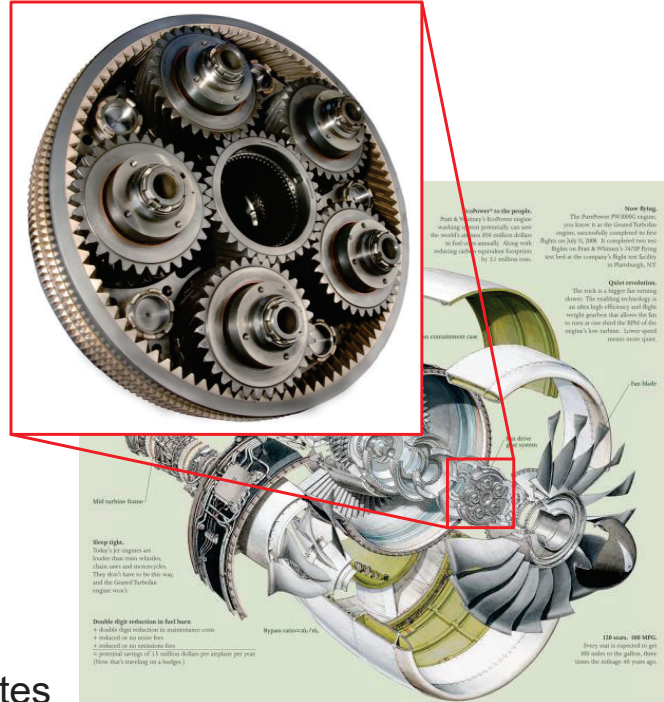
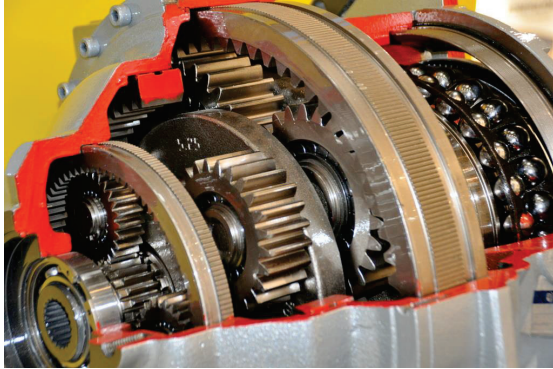
## • Inconvénients

- Conditions sur les nombres de dents à respecter
- Construction complexe du PS et des guidage des satellites
- Efforts centrifuges parasites si  $\omega_{PS}$  grand



# Exemples d'application

## • Réducteur à multi-étages de trains épicycloïdaux



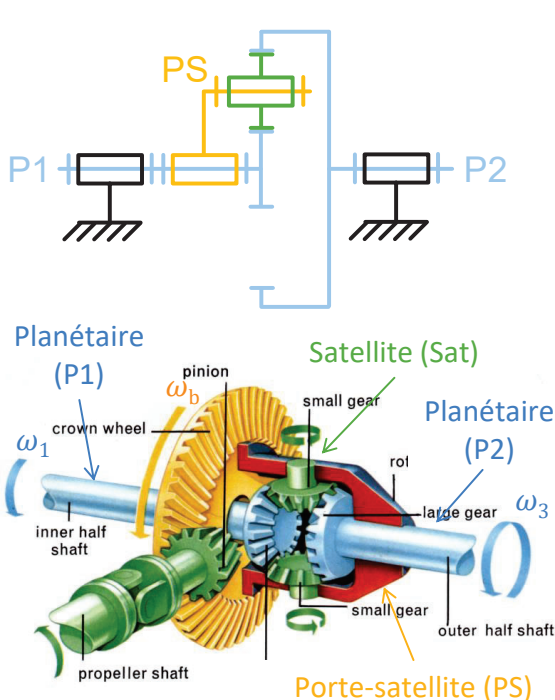
- 3 étages successifs de type I
- Couronne fixe ; (E) = pignon ; (S) = porte-satellite
  - Vitesses élevées  $\rightarrow \beta \neq 0$
  - Couples élevés  $\rightarrow 5$  satellites

S. Soubielle

17

## Cas du différentiel

### • Différentiel = train épicycloïdal « sphérique »



$$Z_{P1} = Z_{P2} \rightarrow i_0 = -\frac{Z_{P2}}{Z_{P1}} = -1$$

$$\text{Formule de Willis} \rightarrow \frac{\omega_{P1} - \omega_{PS}}{\omega_{P2} - \omega_{PS}} = -1$$

$$\rightarrow \omega_{PS} = \frac{\omega_{P1} + \omega_{P2}}{2}$$

$$\text{Couple moteur transmis au PS} \rightarrow |C_{P1}| = |C_{P2}| = \frac{|C_{PS}|}{2}$$

S. Soubielle

18

# Des questions ?

---

